

Modul 6 Grundwasserhydrologie
Teil 2 Grundwasserströmungsberechnung

6. Particle Tracking, Bahnlinien
und Isochronen

Prof. Dr. Ralph Watzel

Regierungspräsidium Freiburg
Landesamt für Geologie, Rohstoffe und Bergbau
Albertstraße 5
79104 Freiburg im Breisgau
ralph.watzel@rpf.bwl.de

Particle Tracking

Rein advektiver Stofftransport stellt die mittlere Stoffbewegung im Aquifer dar.

Oft reicht ihre Kenntnis zur Lösung praktischer Aufgaben aus.

Ist anwendbar, bei folgenden Betrachtungen:

- Richtung des Stofftransports und Bahnen von Fronten
- Schwerpunkte von Konzentrationsverteilungen
- mittlere Lauf- bzw. Ankunftszeiten

Particle Tracking

Man spricht auch von einer dispersionsfreien Näherung. Praktische Probleme, die mit dieser Betrachtung gelöst werden können:

- Bestimmung von Stromlinien
- Bestimmung des Einzugsgebiets einer Grundwasserfassung
- Entwurf von hydraulischen Abwehr- und Sanierungsmaßnahmen

Particle Tracking

2D-horizontale Grundwasserströmung

Gleichung einer Bahnlinie bezogen auf die Abstandsgeschwindigkeit lautet:

$$dx(t)/dt = v_{ax} ; dy(t)/dt = v_{ay}$$

Particle Tracking

Lösung der Bahngleichung setzt die Kenntnis des heterogenen Strömungsfeldes (v_{ax} , v_{ay}) voraus.

Integration liefert den Ort eines Partikels zur Zeit t vom Startpunkt (x_0, y_0) zur Zeit t_0 aus:

$$x(t) = x_0 + \int_{t_0}^t v_{ax}(x(\tau), y(\tau), \tau) d\tau$$

$$y(t) = y_0 + \int_{t_0}^t v_{ay}(x(\tau), y(\tau), \tau) d\tau$$

Particle Tracking

Durch Inversion der Geschwindigkeiten kann auch eine Partikelbahn rückwärts in der Zeit konstruiert werden, die zur Zeit t in einem vorgegebenen Punkt (x, y) endet:

$$x(t) = x - \int_t^{t_0} v_{ax} (x(\tau), y(\tau), \tau) d\tau$$

$$y(t) = y - \int_t^{t_0} v_{ay} (x(\tau), y(\tau), \tau) d\tau$$

Particle Tracking

Die Integrale werden numerisch gelöst:

$$x(t+\Delta t) = x(t) \pm \{v_{ax}(x(t),y(t),t)\} \Delta t$$

$$y(t+\Delta t) = y(t) \pm \{v_{ay}(x(t),y(t),t)\} \Delta t$$

Eine Schrittlängensteuerung verhindert, dass innerhalb eines Zeitschritts zu große Weglängen zurückgelegt werden.

Particle Tracking

Die Bahnlinien sind von den Verteilungen der Durchlässigkeit k_f , des durchflusswirksamen Porenvolumens n_{eff} und der Standrohrspiegelhöhe h bzw. dem Gradienten I abhängig.

Alle drei/vier Größen können im heterogenen Aquifer als verteilte Größen vorliegen.

Unterschied: h , I , k_f sowie n_{eff} ?

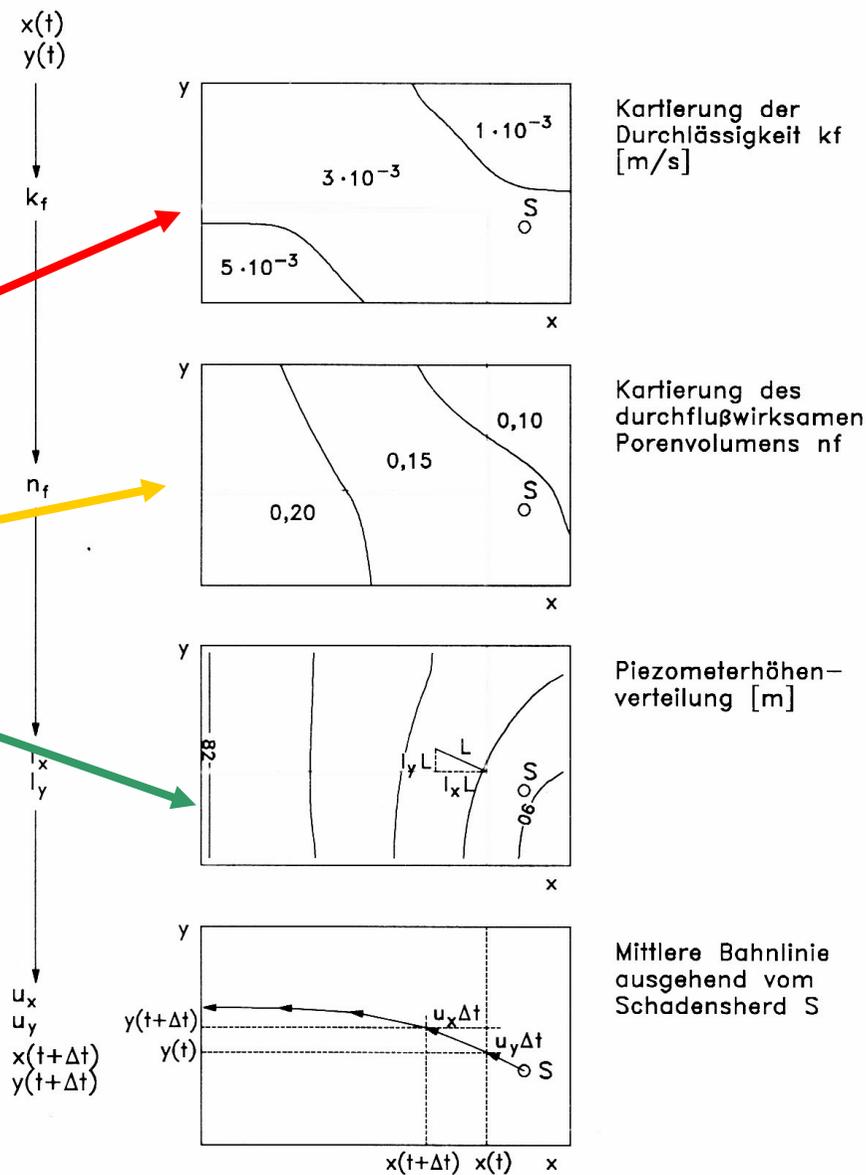
(Skalar - Vektor, vorgegeben – berechnet)

Particle Tracking Schrittlängen- steuerung

$$V_{ax,ay} = k_{fx,y} \cdot I_{x,y} / n_{eff}$$

$$x(t+\Delta t) = x(t) \pm v_{ax}(x(t),y(t),t) \cdot \Delta t$$

$$y(t+\Delta t) = y(t) \pm v_{ay}(x(t),y(t),t) \cdot \Delta t$$



Particle Tracking

Außer dem Verlauf der Bahnlinien interessiert die Laufzeit τ_{12} eines Teilchens zwischen zwei beliebigen Punkten (x_1, y_1) und (x_2, y_2) :

$$\tau_{12} = \int_{x_1}^{x_2} 1/v_{ax} dx = \int_{y_1}^{y_2} 1/v_{ay} dy$$

$$T_{12} = \pm 1/v_{ax} (x(t), y(t), t) \cdot \Delta x = \pm 1/v_{ay} (x(t), y(t), t) \cdot \Delta y$$

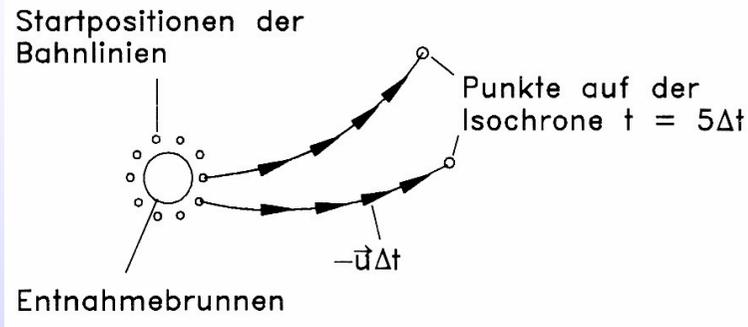
Damit können mittlere Laufzeiten von einem Punkt (x, y) im Einzugsgebiet eines Brunnens bestimmt werden.

Linien gleicher mittlerer Laufzeit = Isochronen.

Particle Tracking

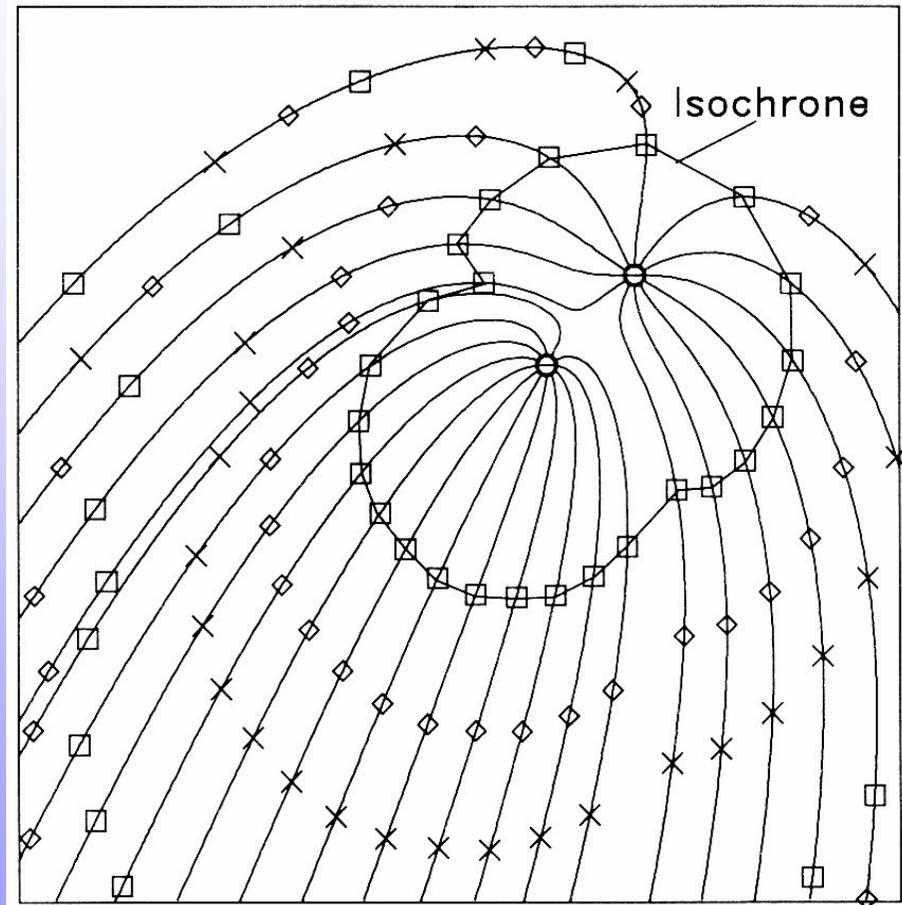
- Isochronen sind Linien gleicher Laufzeit. Welche praktische Anwendung finden sie?
- Zur Bestimmung von Isochronen wird eine Zahl von Startpunkten auf einem Brunnenrand plaziert und deren Rückwärtsbahnen für $n \cdot \Delta t$ berechnet.
- Sobald auf einer Bahn die berechnete Laufzeit $t = n \cdot \Delta t$ erreicht ist, wird der Punkt markiert.

Particle Tracking



Prinzip der Isochronenberechnung

Bahnlinien und Isochronen in einem Strömungsfeld mit zwei Brunnen



Particle Tracking -Verfahren

Die Konstruktion der Bahnlinien erfordert ein Geschwindigkeitsfeld, das an jedem Punkt (x,y) definiert ist.

Das numerische Strömungsmodell liefert jedoch nur $h_{i,j}$, die einen repräsentativen Wert für das Zentrum der Zelle darstellen!

Daraus wird $v_{ax,ay}$ auf der Zellgrenze berechnet.

Particle Tracking

Lösung PRICKETT-Verfahren:

Die Geschwindigkeit an einem beliebigen Punkt (x,y) wird durch Interpolation der durch ein Differenzenmodell bestimmten Geschwindigkeiten zwischen den Zellen erzeugt.

Verfahren ist aufwendig, liefert aber auch in stark diverg./konverg. Feldern gute Ergebnisse.

Particle Tracking

Lösung PRICKETT-Verfahren:

Verfahrensschwäche:

Durchlässigkeitskontraste und undurchlässige Ränder werden durch Mittelung über Zellgrenzen hinweg „aufgeweicht“ bzw. geglättet.

Particle Tracking

Lösung POLLOCK-Verfahren:

Analytische Lösung für die Bahnlinie innerhalb einer Zelle.

Durchlässigkeitskontraste werden nicht

„aufgeweicht“, Geometrie bleibt streng erhalten.

Verfahren liefert in stark diverg./konverg. Feldern teilweise ungenaue Ergebnisse.

Particle Tracking (In)sationarität

Stationäre / Instationäre Bahnlinien:

Mit diesen Verfahren werden Bahnlinien durch Integration des aus der h-Verteilung gewonnenen stationären Geschwindigkeitsfeldes erzeugt.

Die Bahnlinienberechnung im instationären Strömungsfeld ist außerordentlich aufwendig (2 unterschiedliche Zeitschrittlängen kombinieren).